

Kazanmak Artık Kolay...

**ÇARPANLARA
AYIRMA**

Çözümler

$$\begin{aligned}
 1. \quad \frac{a^2 - ab}{b^2 - ab} &= \frac{a(a-b)}{b(b-a)} \quad (a = 3b \text{ ise}) \\
 &= \frac{3b(3b-b)}{b(b-3b)} \\
 &= \frac{3b \cdot 2b}{b(-2b)} \\
 &= \frac{6b^2}{-2b^2} \\
 &= -3 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 2. \quad \text{İfade } x^2 \text{ parantezine alınırsa,} \\
 \frac{x^3y - x^2}{xy - 1} &= \frac{x^2(xy - 1)}{xy - 1} \\
 &= x^2 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 3. \quad x^2 - y^2 &= (x - y)(x + y) \text{ ise,} \\
 2001^2 - 1999^2 &= (2001 - 1999)(2001 + 1999) \\
 &= 2 \cdot 4000 \\
 &= 8000 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 4. \quad a + b &= 4 \text{ (eşitlikte iki tarafın karesini alalım.)} \\
 (a + b)^2 &= 4^2 \\
 a^2 + 2ab + b^2 &= 16 \quad (a \cdot b = 2 \text{ ise}) \\
 a^2 + 2 \cdot 2 + b^2 &= 16 \\
 a^2 + 4 + b^2 &= 16 \\
 a^2 + b^2 &= 12 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 5. \quad a - b &= 5 \text{ (eşitliğinde her iki tarafın karesini alalım.)} \\
 (a - b)^2 &= 5^2 \\
 a^2 - 2ab + b^2 &= 25 \quad (a \cdot b = 1 \text{ ise}) \\
 a^2 - 2 \cdot 1 + b^2 &= 25 \\
 a^2 - 2 + b^2 &= 25 \\
 a^2 + b^2 &= 27 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 6. \quad a - 2b &= 3 \text{ (eşitliğin her iki tarafının karesini alalım.)} \\
 (a - 2b)^2 &= 3^2 \\
 a^2 - 4ab + 4b^2 &= 9 \quad (a \cdot b = 2) \\
 a^2 - 4 \cdot 2 + 4b^2 &= 9 \\
 a^2 - 8 + 4b^2 &= 9 \\
 a^2 + 4b^2 &= 17 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 7. \quad x + \frac{1}{x} &= 6 \text{ (eşitliğin her iki tarafının karesini alalım.)} \\
 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= 6^2 \\
 x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 &= 36 \\
 x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} &= 36 \\
 x^2 + \frac{1}{x^2} &= 34 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 8. \quad x + \frac{2}{x} &= 4 \text{ (eşitliğin iki tarafının karesini alalım.)} \\
 \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 &= 4^2 \\
 x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{2}{x} + \left(\frac{2}{x}\right)^2 &= 16 \\
 x^2 + 4 + \frac{4}{x^2} &= 16 \\
 x^2 + \frac{4}{x^2} &= 12 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 9. \quad x - \frac{3}{x} &= 5 \text{ (eşitliğin iki tarafının karesini alalım.)} \\
 \left(x - \frac{3}{x}\right)^2 &= 5^2 \\
 x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{3}{x} + \left(\frac{3}{x}\right)^2 &= 25 \\
 x^2 - 6 + \frac{9}{x^2} &= 25 \\
 x^2 + \frac{9}{x^2} &= 31 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

10. $3x - \frac{2}{x} = 6$ (eşitliğin iki tarafının karesini alalım.)

$$\left(3x - \frac{2}{x}\right)^2 = 6^2$$

$$(3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot \frac{2}{x} + \left(\frac{2}{x}\right)^2 = 36$$

$$9x^2 - 12 + \frac{4}{x^2} = 36$$

$$9x^2 + \frac{4}{x^2} = 48 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

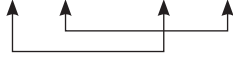
11. $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$

$$\begin{array}{rcl} x & & -3 \\ x & & +2 \end{array}$$

ise

$$x^2 - x - 6 = (ax + b)(x + 2)$$

$$(x - 3)(x + 2) = (ax + b)(x + 2)$$



dir. O halde,

$$x - 3 = ax + b$$

$$\begin{array}{rcl} \swarrow & & \searrow \\ a=1 & & b=-3 \end{array}$$

$$a + b = 1 + (-3)$$

$$= -2 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

12. $(x - 5)(2x + 3) = ax^2 + bx + c$

$$2x^2 + 3x - 10x - 15 = ax^2 + bx + c$$

$$2x^2 - 7x - 15 = ax^2 + bx + c$$

Eşitlik her x değeri için sağlandığından terim terime eşitlik vardır.

$$a = 2, b = -7, c = -15$$

ise $a + b + c$ toplamı,

$$2 + (-7) + (-15) = -20 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

13. $\frac{5x^2 - 40}{x^2 - k} = 5$

$$5x^2 - 40 = 5x^2 - 5k$$

$$-40 = -5k$$

$$-40 = -5k$$

$$8 = k \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

14. $71^2 - 21^2 = 100.A$ (iki kare farkını uygulayalım.)

$$(71 - 21)(71 + 21) = 100.A$$

$$50.92 = 100.A$$

$$A = \frac{50.92}{100}$$

$$A = 46 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

15. $x^2 + x = 5x + 12$

$$x^2 + x - 5x - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{rcl} x & & -6 \\ x & & +2 \end{array}$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$\begin{array}{rcl} \swarrow & & \searrow \\ x-6=0 & & x+2=0 \\ x=6 & & x=-2 \end{array}$$

($x \neq 6$ olduğundan alınmaz.)

O halde $x = -2$ 'dir.

Doğru cevap C seçeneğidir.

16. $xy + yz = 36$

$$y(x + z) = 36$$

$$y.4 = 36$$

$$y = 9$$

dur. O halde toplam,

$$x + y + z = \underline{x + z} + y$$

$$= 4 + 9$$

$$= 13 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

1. $x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2.3.x + 3^2$

$$= (x - 3)^2 \quad (x = 3 + \sqrt{7} \text{ ise})$$

$$= (3 + \sqrt{7} - 3)^2$$

$$= (\sqrt{7})^2$$

$$= 7 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

2. $x + \frac{1}{x} = 2$ (eşitliğin her iki tarafının karesini alalım.)

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 2^2$$

$$x^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 4$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 4$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 \text{ (eşitliğin her iki tarafının karesini alalım.)}$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 2^2$$

$$(x^2)^2 + 2.x^2.\frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 4$$

$$x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = 4$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 2 \text{ (eşitliğin her iki tarafının karesini alalım.)}$$

$$\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)^2 = 2^2$$

$$(x^4)^2 + 2.x^4.\frac{1}{x^4} + \left(\frac{1}{x^4}\right)^2 = 4$$

$$x^8 + 2 + \frac{1}{x^8} = 4$$

$$x^8 + \frac{1}{x^8} = 2 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

Not:

$$x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x = 1 \text{ dir.}$$

$$x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \text{ daima sağlanır.}$$

3. $a^2 - 5a = 2$ (eşitliğin her iki tarafını a ile bölelim.)

$$\frac{a^2 - 5a}{a} = \frac{2}{a}$$

$$\frac{a^2}{a} - \frac{5a}{a} = \frac{2}{a}$$

$$a - 5 = \frac{2}{a}$$

$$a - \frac{2}{a} = 5 \text{ (eşitliğin her iki tarafının karesini alalım.)}$$

$$\left(a - \frac{2}{a}\right)^2 = 5^2$$

$$a^2 - 2.a.\frac{2}{a} + \left(\frac{2}{a}\right)^2 = 25$$

$$a^2 - 4 + \frac{4}{a^2} = 25$$

$$a^2 + \frac{4}{a^2} = 29 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

4. $\frac{x^2 - y^2}{x^2y + xy^2} \cdot \frac{x - y}{xy} = \frac{(x - y)(x + y)}{xy(x + y)} \cdot \frac{x - y}{xy}$

$$= \frac{(x - y)(x + y)}{xy(x + y)} \cdot \frac{xy}{x - y}$$

$$= 1 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

5. 13 asal sayı olduğuna göre çarpanlarına $13 = 13.1$ olarak ayrılır. Bu durumda,

$$x^2 - y^2 = 13 \text{ (iki kare farkından)}$$

$$\underbrace{(x - y)}_1 \underbrace{(x + y)}_{13} = 13.1$$

$$x - y = 1$$

$$x + y = 13$$

$$+ \quad \quad \quad$$

$$2x = 14$$

$$x = 7 \Rightarrow y = 6$$

dır. O halde,

$$x^2 + y^2 = 7^2 + 6^2$$

$$= 49 + 36$$

$$= 85 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

6. $a^2 + c^2 - 2b^2 = a^2 + c^2 - b^2 - b^2$

$$= a^2 - b^2 + c^2 - b^2 \text{ (iki kare farkı)}$$

$$= \underbrace{(a-b)}_6 (a+b) + \underbrace{(c-b)}_{-6} (c+b)$$

$$= 6(a+b) - 6(c+b)$$

$$a - b = 6$$

$$b - c = 6$$

$$+$$

$$a - c = 12$$

$$6(a+b-c-b)$$

$$= 6(a-c)$$

$$= 6 \cdot 12$$

$$= 72 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

7. $x^2 - 9y^2 = 20$ (iki kare farkından)

$$\underbrace{(x-3y)}_5 (x+3y) = 20$$

$$5(x+3y) = 20$$

$$x+3y = 4$$

İki denklem ortak çözülürse,

$$x - 3y = 5$$

$$x + 3y = 4$$

$$+$$

$$2x = 9$$

$$x = \frac{9}{2} \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

8. İki eşitliği taraf tarafa toplarsak,

$$a^2 + ab = 19$$

$$b^2 + ba = 6$$

$$+$$

$$a^2 + ab + b^2 + ba = 25$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 25$$

$$(a+b)^2 = 25$$

$$\swarrow \quad \searrow$$

$$a+b=5 \quad a+b=-5$$

ise ifadenin pozitif değeri $a+b=5$ 'tir.

Doğru cevap E seçeneğidir.

9. $a = 1999$ dersek $a+2 = 2001$ olur.

$$\sqrt{2001 \cdot 1999 + 1} = \sqrt{(a+2) \cdot a + 1}$$

$$= \sqrt{a^2 + 2a + 1}$$

$$= \sqrt{(a+1)^2}$$

$$= |a+1|$$

$$= |1999+1|$$

$$= 2000 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

10. $\sqrt{\frac{25}{9} + \frac{4}{25} - \frac{4}{3}} = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 - 2 \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{5}}$

$$= \sqrt{\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{5}\right)^2}$$

$$= \left| \frac{5}{3} - \frac{2}{5} \right|$$

$$= \left| \frac{25-6}{15} \right|$$

$$= \frac{19}{15}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

11. $x^4 + x^3 - x^2 - x = x^3(x+1) - x(x+1)$

$$= (x+1)(x^3 - x)$$

$$= (x+1)x(x^2 - 1)$$

$$= (x+1)x(x-1)(x+1)$$

ise ifadenin $x^2 + 1$ çarpanı yoktur.

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

12. $a^2 - 4b^2 = 24$ (İki kare farkı)

$$(a - 2b)(a + 2b) = 24$$

$$6(a + 2b) = 24$$

$$a + 2b = 4$$

dir. Buradan,

$$a - 2b = 6$$

$$a + 2b = 4$$

$$+$$

$$2a = 10$$

$$a = 5 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{-\frac{1}{2}}$$

$$= -10 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

- 13.

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{a-b}{b} - \frac{1}{\frac{1}{(b)}} \right) : \left(\frac{1}{\frac{a}{(b)}} - \frac{1}{\frac{b}{(a)}} \right) = \frac{a-a+b-b}{b} \cdot \frac{ab}{b-a}$$

$$= 0 \cdot \frac{ab}{b-a}$$

$$= 0 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

14. $\frac{2a+1}{1} + \frac{3a^2+a-2}{2-3a}$
(2-3a)

$$= \frac{4a+2-6a^2-3a+3a^2+a-2}{2-3a}$$

$$= \frac{-3a^2+2a}{2-3a}$$

$$= \frac{a(2-3a)}{2-3a}$$

$$= a \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

15. $\frac{x^2 - mx + 2}{x^2 - 2x - 8}$ ifadesi sadeleşebildiğine göre paydadaki ifadenin köklerinden biri paydaki ifadenin de köküdür.

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\swarrow \quad \searrow$$

$$x - 4 = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = 4$$

$$x = -2 \text{ ise}$$

$$x^2 - mx + 2 = 0 \quad \text{ve} \quad x^2 - mx + 2 = 0$$

$$4^2 - 4m + 2 = 0 \quad (-2)^2 + 2m + 2 = 0$$

$$18 = 4m$$

$$2m = -6$$

$$\frac{9}{2} = m$$

$$m = -3$$

bulunur.

O halde m'nin alabileceği değerler toplamı,

$$\frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2} \text{ dir.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

16. $\left(\frac{a^3 - 2a^2 - a + 2}{a^2 - 3a + 2} \right) : \left(\frac{a+1}{a} \right)$

$$= \frac{a^3 - 2a^2 - a + 2}{a^2 - 3a + 2} \cdot \frac{a}{a+1}$$

$$= \frac{a^3 - 2a^2 - a + 2}{a^3 - 2a^2 - a + 2} \cdot a$$

$$= a \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

Çözümler

1. $\frac{a^3+a^2}{a^2-1} - \frac{1}{a-1} = \frac{a^2(a+1)}{(a-1)(a+1)} - \frac{1}{a-1}$ (Sadeleştir-
se)

$$= \frac{a^2}{a-1} - \frac{1}{a-1}$$

$$= \frac{a^2-1}{a-1} \text{ (iki kare farkı)}$$

$$= \frac{(a-1)(a+1)}{a-1}$$

$$= a+1 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

3. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{2}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{2}{x}$

$$\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = 5^2 + 4 \cdot 2$$

$$\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = 33$$

$$x + \frac{2}{x} = \pm \sqrt{33}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

4. $(2a+3b)^2 = (2a-3b)^2 + 4 \cdot 2a \cdot 3b$

$$10^2 = (2a-3b)^2 + 4 \cdot 2a \cdot 3b$$

$$100 = (2a-3b)^2 + 36$$

$$\sqrt{64} = \sqrt{(2a-3b)^2} \text{ kök alınırsa,}$$

$$\pm 8 = (2a-3b) \text{ ifadenin alacağı değerler çarpımı}$$

$$8 \cdot (-8) = -64 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

2. $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$ özdeşliğinden,

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$4^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4$$

$$12 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \text{ kök alınırsa}$$

$$\pm 2\sqrt{3} = x - \frac{1}{x} \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

5. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} \cdot \frac{a^2 + ab + b^2}{a+b} = \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} \cdot \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)(a+b)} \cdot \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$$

(Sadeleştirse)

$$= 1 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

Çözümler

6. $2a^2 + b^2 - 2ab + 6a + 9 = 0$

$$a^2 + a^2 + b^2 - 2ab + 6a + 9 = 0$$

$$\underbrace{a^2 - 2ab + b^2} + \underbrace{a^2 + 6a + 9} = 0$$

$$(a - b)^2 + (a + 3)^2 = 0$$

Çift kuvvete sahip iki ifadenin toplamının sıfıra eşit olması için iki terimin de sıfır olması gerektiğinden,

$$a + 3 = 0$$

$$a = -3$$

ve

$$a - b = 0$$

$$-3 - b = 0$$

$$b = -3$$

bulunur. O halde $a + b$ toplamı $(-3) + (-3) = -6$ 'dır.

Doğru cevap A seçeneğidir.

7. $a^2 + b^2 = 17$ (eşitliğinde her iki tarafa $2ab$ ekleyelim)

$$a^2 + 2ab + b^2 = 17 + \underbrace{2ab}$$

$$(a + b)^2 = 17 + 2.4$$

$$(a + b)^2 = 25 \Rightarrow a + b = 5 \text{ bulunur.}$$

$$a^3 + b^3 = (a + b).(a^2 - ab + b^2)$$

$$= (a + b).(a^2 + b^2 - ab)$$

$$= 5.(17 - 4)$$

$$= 5.13$$

$$= 65 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

8. $3a^2 + 10a - 8 = (3a - 2)(a + 4)$

$$\frac{3a^2 + 10a - 8}{a^2 + 3a - 4} - \frac{1}{a - 1} = \frac{(3a - 2)(a + 4)}{(a + 4)(a - 1)} - \frac{1}{a - 1}$$

$$= \frac{3a - 2}{a - 1} - \frac{1}{a - 1}$$

$$= \frac{3a - 2 - 1}{a - 1}$$

$$= \frac{3a - 3}{a - 1}$$

$$= \frac{3(a - 1)}{a - 1}$$

$$= 3 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

9. $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - m}$ ifadesi sadeleşebildiğine göre paydaki

ifadenin köklerinden biri paydadaki ifadenin de köküdür.

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x \quad -3$$

$$x \quad +2$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ x-3=0 & x+2=0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} x=3 & x=-2 \end{array}$$

ise

$$x^2 - m = 0 \quad \text{veya} \quad x^2 - m = 0$$

$$3^2 - m = 0 \quad (-2)^2 - m = 0$$

$$m = 9$$

$$m = 4$$

bulunur. O halde toplam, $9 + 4 = 13$ 'tür.

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözümler

$$\begin{aligned}
 10. \quad & \frac{a^2}{a-1} \cdot \left(\frac{1}{a-1} + a^2 + a + 1 \right) \\
 &= \frac{a^2}{a-1} \cdot \left(\frac{(a-1)(a^2+a+1)+1}{a-1} \right) \\
 &= \frac{a^2}{a-1} \cdot \frac{a^3-1+1}{a-1} \\
 &= \frac{a^2}{a-1} \cdot \frac{a^3}{a-1} \\
 &= \frac{a^2}{a-1} \cdot \frac{a-1}{a^3} \\
 &= \frac{1}{a} \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

$$11. \quad \sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 5 \text{ (her iki tarafın karesini alalım.)}$$

$$(\sqrt{x} + 3\sqrt{y})^2 = 5^2$$

$$(\sqrt{x})^2 + 2 \cdot 3\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + (3\sqrt{y})^2 = 25$$

$$x + 6\sqrt{xy} + 9y = 25 \quad (x \cdot y = 1 \text{ ise})$$

$$x + 6\sqrt{1} + 9y = 25$$

$$x + 6 + 9y = 25$$

$$x + 9y = 19$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

$$12. \quad x + y + z = 8 \text{ (her tarafın karesini alalım.)}$$

$$(x + y + z)^2 = 8^2$$

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{36} + 2(xy + yz + xz) = 64$$

$$36 + 2(xy + yz + xz) = 64$$

$$2(xy + yz + xz) = 28$$

$$xy + yz + xz = 14 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

$$13. \quad a - \sqrt{a} = 6$$

$$\sqrt{a} = a - 6 \text{ (her iki tarafın karesini alalım.)}$$

$$a = a^2 - 12a + 36 \text{ (her iki tarafı a'ya bölelim)}$$

$$1 = a - 12 + \frac{36}{a}$$

$$13 = a + \frac{36}{a}$$

bulunur.

Doğru cevap D seçeneğidir.

$$14. \quad x^3 + 3xy^2 = 14$$

$$x^3 + 3xy^2 = 14$$

$$y^3 + 3x^2y = 13$$

$$-y^3 - 3x^2y = -13$$

$$\begin{array}{r}
 + \\
 \hline
 x^3 + 3xy^2 + 3x^2y + y^3 = 27 \quad x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = 1
 \end{array}$$

$$(x + y)^3 = 3^3$$

$$(x - y)^3 = 1$$

$$x + y = 3$$

$$x - y = 1$$

$$\text{ise } \frac{x+y}{x-y} = \frac{3}{1} = 3 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

$$15. \quad \frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} = \frac{7}{8}$$

$$(x+y) \quad (x-y)$$

$$\frac{x+y+x-y}{x^2-y^2} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{2x}{16} = \frac{7}{8} \Rightarrow x = 7 \text{ 'dir.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

$$16. \quad \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 = 5^3 \text{ (her iki tarafın küpünü alalım.)}$$

$$a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a} + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^3} = 125$$

$$a^3 - 3 \left(a - \frac{1}{a} \right) - \frac{1}{a^3} = 125$$

$$a^3 - 15 - \frac{1}{a^3} = 125$$

$$a^3 - \frac{1}{a^3} = 140$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözümler

1. $(a + b)^2 = (3)^2$ (her iki tarafın karesini alalım.)

$$a^2 + 2\underset{1}{ab} + b^2 = 9$$

$$a^2 + 2 + b^2 = 9$$

$$a^2 + b^2 = 7 \text{ dir.}$$

- $(a + b)^3 = (3)^3$ (her iki tarafın küpünü alalım.)

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 27$$

$$a^3 + 3ab(a + b) + b^3 = 27$$

$$a^3 + 3 \cdot 1 \cdot 3 + b^3 = 27$$

$$a^3 + b^3 = 18 \text{ dir.}$$

$$\text{O halde } \frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2} = \frac{18}{7} \text{ dir.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

2. $2a^2 + b^2 - 2ab + 4a + 7 = a^2 - 2ab + b^2 + a^2 + 4a + 4 + 3$

$$= (a - b)^2 + (a + 2)^2 + 3$$

$$(a = -2 \text{ ve } b = 2 \text{ alınırsa})$$

$$= 0^2 + 0^2 + 3$$

$$= 3 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

3. $\frac{x - 2\sqrt{xy} + y}{x - y} - \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}$

$$\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} - \frac{\sqrt{xy} \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{xy} \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y})}$$

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$$

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y} - \sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$$

0 bulunur.

Doğru cevap C seçeneğidir.

4. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = (\sqrt{3})^2$ (her iki tarafın karesini alalım.)

$$x - 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} = 3$$

$$x - 2 + \frac{1}{x} = 3$$

- $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (5)^3$ (her iki tarafın küpünü alalım.)

$$x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 125$$

$$x^3 + 3 \cdot \underbrace{\left(x + \frac{1}{x}\right)}_5 + \frac{1}{x^3} = 125$$

$$x^3 + 15 + \frac{1}{x^3} = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 110 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

5. $\frac{\frac{a^2 \cdot b + ab}{b^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{(b^2)}}{\frac{a+b}{b}} = \frac{\frac{a^2b + ab - ab - b^3}{b^2}}{\frac{a+b}{b}}$

$$= \frac{b(a^2 - b^2)}{b^2} \cdot \frac{b}{a+b}$$

$$= \frac{(a-b) \cdot (a+b)}{a+b}$$

$$= a - b \text{ dir.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözümler

$$\begin{aligned}
 6. \quad \frac{(A-B)^2 + 4AB}{(A+B)^2 - 4AB} &= \frac{A^2 - 2AB + B^2 + 4AB}{A^2 + 2AB + B^2 - 4AB} \\
 &= \frac{A^2 + 2AB + B^2}{A^2 - 2AB + B^2} \\
 &= \frac{(A+B)^2}{(A-B)^2} \\
 &= \frac{(4014)^2}{2^2} \\
 &= \left(\frac{4014}{2}\right)^2 \\
 &= 2007^2 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 7. \quad \frac{x^2+9}{x} &= \frac{x^2}{x} + \frac{9}{x} \\
 &= x + \frac{9}{x} \text{ 'dir.} \\
 x + \sqrt{x} &= 3 \\
 \sqrt{x} &= 3 - x \text{ (her iki tarafın karesini alalım.)} \\
 x &= (3-x)^2 \\
 x &= 9 - 6x + x^2 \text{ (her tarafı x'e bölelim)} \\
 1 &= \frac{9}{x} - 6 + x \\
 7 &= x + \frac{9}{x} \text{ 'dir.} \\
 \text{O halde } \frac{x^2+9}{x} &= x + \frac{9}{x} \\
 &= 7 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 8. \quad \frac{x^3y - y^4}{x^2 + xy + y^2} &= \frac{y(x^3 - y^3)}{x^2 + xy + y^2} \\
 &= \frac{y(x-y) \cdot (x^2 + xy + y^2)}{x^2 + xy + y^2} \\
 &= y(x-y) \\
 &= -\frac{7}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{7}{2}\right) \\
 &= -\frac{35}{2} \text{ 'dir.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 9. \quad x^4 + 3x^2 + 4 \text{ ifadesine } x^2 \text{ ekleyip çıkaralım.} \\
 x^4 + 3x^2 + 4 + x^2 - x^2 &= x^4 + 4x^2 + 4 - x^2 \\
 &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\
 &= (x^2 + 2 - x) \cdot (x^2 + 2 + x) \\
 \text{O halde ifadenin çarpanları, } x^2 - x + 2 \text{ ve} \\
 x^2 + x + 2 \text{ dir.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 10. \quad A.B &= (x+5) \cdot (x-3) \\
 &= x^2 + 2x - 15 \\
 &= x^2 + 2x + 1 - 16 \\
 &= (x+1)^2 - 16 \text{ (tam kare en az sıfırdır.)} \\
 (x &= -1 \text{ alalım)} \\
 &= 0^2 - 16 \\
 &= -16 \text{ 'dır.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 11. \quad 3x^2 + 6x + 8 &= 3x^2 + 6x + 9 - 1 \\
 &= 3(x+3)^2 - 1 \text{ (tam kare en az sıfırdır.)} \\
 (x &= -3 \text{ alalım)} \\
 &= 3 \cdot 0^2 - 1 \\
 &= 3^{-1} \\
 &= \frac{1}{3} \text{ 'tür.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

12. $A = 8 - x$

$B = x - 4$

$$\begin{array}{r} + \\ \hline \end{array}$$

$A + B = 4$

ise A.B'nin en büyük değeri için $A = 2$ ve $B = 2$ 'dir.
O halde $A.B = 2.2 = 4$ 'tür.

Doğru cevap B seçeneğidir.

13. $x^3 - 6x^2 + 12x - 18 = x^3 - 3.x^2.2 + 3.2^2.x - 8 - 10$
 $= (x - 2)^3 - 10 \left(x = \sqrt[3]{5} + 2 \right)$
 $= \left(\sqrt[3]{5} \right)^3 - 10$
 $= 5 - 10$
 $= -5$ bulunur.

Doğru cevap B seçeneğidir.

14. $\frac{4x^2 - 13x + 3}{4x^2 - 5x + 1} + \frac{2}{x - 1} = \frac{(4x - 1)(x - 3)}{(4x - 1)(x - 1)} + \frac{2}{x - 1}$
 $= \frac{x - 3}{x - 1} + \frac{2}{x - 1}$
 $= \frac{x - 3 + 2}{x - 1}$
 $= \frac{x - 1}{x - 1}$
 $= 1$ dir.

Doğru cevap A seçeneğidir.

15. $\frac{9a^2 - 28ab + 25b^2}{a} = 2b$

$9a^2 - 28ab + 25b^2 = 2ab$

$9a^2 - 30ab + 25b^2 = 0$

$(3a - 5b)^2 = 0$

$3a - 5b = 0$

$3a = 5b$

$\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$, tür.

Doğru cevap C seçeneğidir.

16. $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = (3)^2$ (her iki tarafın karesini alalım.)

$a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 9$

$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (11)^2$ (her iki tarafın karesini alalım.)

$a^4 + 2 + \frac{1}{a^4} = 121$

$a^4 + \frac{1}{a^4} = 119$

dur. $a^2 - \frac{1}{a^2}$ ifadesinin karesini alarak benzer ifadeler yakalamaya çalışalım.

$\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)^2 = a^4 + \frac{1}{a^4} - 2$

$= 119 - 2$

$= 117$

dir. O halde $a^2 - \frac{1}{a^2} = \sqrt{117}$ 'dir.

Doğru cevap D seçeneğidir.

Çözümler

$$1. \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} - 2.a.\frac{1}{a}$$

$$= 14$$

= 12 ise

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 12 \Rightarrow a - \frac{1}{a} = \sqrt{12}$$

= $2\sqrt{3}$ bulunur.

Doğru cevap D seçeneğidir.

$$2. \frac{6x^2 - 13x + 5}{3x - 5} = \frac{(3x - 5)(2x - 1)}{3x - 5}$$

$$= 2x - 1 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

3. İki kare farkı ile,

$$(x - 2y + z)^2 - (x + y - z)^2$$

$$= (x - 2y + z + x + y - z) \cdot (x - 2y + z - x - y + z)$$

$$= (2x - y) \cdot (-3y + 2z)$$

ise ifadenin çarpanları $2x - y$ ve $-3y + 2z$ 'dir.

Doğru cevap B seçeneğidir.

4. $(x^2 - 4x + 1) \cdot (x^2 - 4x + 2) - 2$ ifadesinde

$x^2 - 4x = a$ diyelim.

$$(a + 1)(a + 2) - 2 = a^2 + 3a + 2 - 2$$

$$= a^2 + 3a$$

$$= a(a + 3)$$

$x^2 - 4x = a$ yerine yazılırsa,

$$(x^2 - 4x) \cdot (x^2 - 4x + 3)$$

$$x \cdot (x - 4) \cdot (x - 3) \cdot (x - 1) \text{ bulunur.}$$

$x + 1$ bu ifadenin bir çarpanı değildir.

Doğru cevap D seçeneğidir.

5. İfade düzenlenirse,

$$4x^2 - 4x + 1 - (y^2 - 6y + 9) = 0$$

$$(2x - 1)^2 - (y - 3)^2 = 0$$

$$2x - 1 = 0 \quad y - 3 = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \quad y = 3 \text{ ise}$$

$$2x + y = 2 \cdot \frac{1}{2} + 3$$

= 4 bulunur.

Doğru cevap D seçeneğidir.

$$6. \underbrace{(a - 1)(a + 1)}_{a^2 - 1} \underbrace{(a^2 + 1)(a^4 + 1)}_{a^8 - 1} + 1$$

$$(a^2 - 1)(a^2 + 1)(a^4 + 1) + 1$$

$$(a^4 - 1)(a^4 + 1) + 1$$

$$a^8 - 1 + 1$$

$$a^8 = x \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

7. $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12$ ifadesinde $x^2 - x = a$ ise

$$a^2 - 8a + 12$$

$$a \quad -6$$

$$a \quad -2$$

$$(a - 6)(a - 2)$$

$x^2 - x = a$ yerine yazılırsa,

$$(x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2)$$

$$(x - 3)(x + 2)(x - 2)(x + 1) \text{ bulunur.}$$

$x - 1$ bu ifadenin bir çarpanı değildir.

Doğru cevap D seçeneğidir.

$$8. \frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}} = 2$$

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = 2$$

$$a^2 + b^2 = 2ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$(a - b)^2 = 0$$

$$a - b = 0 \Rightarrow a = b' \text{ dir. Buradan,}$$

$$\frac{a^2 + ab}{b^2} = \frac{a^2 + a^2}{a^2}$$

$$= \frac{2a^2}{a^2}$$

$$= 2 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

9. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 0$

Kareli ifadeler negatif değer alamayacağı için toplamın sıfır olması iki ayrı ifadenin sıfıra eşit olması demektir. O halde,

$$x - 2 = 0 \text{ ve } y - 3 = 0$$

$$x = 2 \quad y = 3$$

tür.

$$x + y = 2 + 3$$

$$= 5 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

10. $(a - 2).a - 2 + (a + 2).a + 2 = a^2 - 2a - 2 + a^2 + 2a + 2$

$$= 2a^2$$

$$= 2a.a$$

ise ifadenin çarpanları $2a$ ve a 'dır.

Doğru cevap A seçeneğidir.

11. $(a + b)^2 - 4ab = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

$$= (a - b)^2$$

$$= (159 - 171)^2$$

$$= (-12)^2$$

$$= 144 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

12. $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)$

$$= 41 + 2.20$$

$$= 41 + 40$$

$$= 81 \text{ 'dir.}$$

$$(x + y + z)^2 = 81 \Rightarrow x + y + z = \sqrt{81}$$

$$= 9 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

13. $4x^2 + 4x + 3 = 4x^2 + 4x + 1 + 2$

$$= \underbrace{(2x + 1)^2}_{=0} + 2 \text{ (Tam kare en az sıfır-}$$

dır.)

$$= 2 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

14. $\frac{3x^2 + (2 + m)x - 7}{x - 2}$ ifadesi sadeleşebildiğinden

paydadaki ifadenin kökü payında kökü olacaktır.

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ dir. Buna göre,}$$

$$3x^2 + (2 + m)x - 7 = 0$$

$$3.2^2 + (2 + m).2 - 7 = 0$$

$$12 + 4 + 2m - 7 = 0$$

$$2m = 9$$

$$m = -\frac{9}{2} \text{ 'dir.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

15. $x + \frac{1}{x + 1} = 3$ (her iki tarafa 1 ekleyelim.)

$$\left(x + 1 + \frac{1}{x + 1}\right)^2 = (3 + 1)^2 \text{ (her iki tarafın karesini}$$

alalım.)

$$(x + 1)^2 + 2 \cdot (x + 1) \cdot \frac{1}{x + 1} + \frac{1}{(x + 1)^2} = 16$$

$$(x + 1)^2 + \frac{1}{(x + 1)^2} = 14 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

16. $3^8 - 1 = (3^4 - 1)(3^4 + 1)$

$$= (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)$$

$$= (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)$$

$$= 2.4.10.82$$

$$= 2^5.5.41$$

ise $3^8 - 1$ sayısı 3'e tam bölünmez.

Doğru cevap B seçeneğidir.

Çözümler

$$\begin{aligned}
 1. \quad 5^6 - 1 &= (5^3 - 1) \cdot (5^3 + 1) \\
 &= 124 \cdot 126 \\
 &= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 31
 \end{aligned}$$

ise sayının en büyük asal çarpanı 31'dir.

Doğru cevap D seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 2. \quad \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6} \cdot \frac{x^2 - x}{2x^2 + 3x - 2} \\
 \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6} \cdot \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - x} \\
 = \frac{(x+3)(x-1)}{(x+3)(x+2)} \cdot \frac{(2x-1)(x+2)}{x(x-1)} \\
 = \frac{2x-1}{x} \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 3. \quad (x-5)^3 - 3(x-5)^2 + 3x - 16 \\
 = (x-5)^3 - 3(x-5)^2 + 3x - 15 - 1 \\
 = (x-5)^3 - 3(x-5)^2 + 3(x-5) - 1 \\
 = (x-5-1)^3 \\
 = (x-6)^3 \\
 = (2006-6)^3 \\
 = (2000)^3 \\
 = (2 \cdot 10^3)^3 \\
 = 8 \cdot 10^9
 \end{aligned}$$

ise ifade 10 basamaklıdır.

Doğru cevap D seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 4. \quad \frac{a^6 - 1}{a^4 + a^2 + 1} &= \frac{(a^3 - 1)(a^3 + 1)}{a^4 + a^2 + 1} \\
 &= \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)(a^3 + 1)}{a^4 + a^2 + 1 + a^2 - a^2} \\
 &= \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^4 + 2a^2 + 1 - a^2} \\
 &= \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)(a+1)(a^2 - a + 1)}{(a^2 + 1)^2 - a^2} \\
 &= \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)(a+1)(a^2 - a + 1)}{(a^2 + 1 - a)(a^2 + 1 + a)} \text{ (sadeleş-} \\
 &\text{tirilirse)} \\
 &= (a-1)(a+1) \\
 &= a^2 - 1 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 5. \quad \frac{97^3 - 1}{97^2 + 98} &= \frac{(97-1)(97^2 + 97 + 1)}{97^2 + 98} \\
 &= \frac{96(97^2 + 98)}{97^2 + 98} \\
 &= 96 \text{ 'dir.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

$$\begin{aligned}
 6. \quad a^2 - a + 1 = 0 &\Rightarrow a^2 = a - 1 \text{ 'dir.} \\
 a^5 &= a^2 \cdot a^2 \cdot a \\
 &= (a-1) \cdot (a-1) \cdot a \\
 &= (a^2 - 2a + 1) \cdot a \quad (a^2 = a - 1) \\
 &= (a - 1 - 2a + 1) \cdot a \\
 &= (-a) \cdot a \\
 &= -a^2 \quad (a^2 = a - 1) \\
 &= -(a - 1) \\
 &= 1 - a \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözümler

7. $(x^3 - x^2 + 2x - 5)^2 = (x^3 - x^2 + 2x - 5) \cdot (x^3 - x^2 + 2x - 5)$

$$= -5x^3 - 2x^3 - 2x^3 - 5x^3 + \dots$$

$$= -14x^3 + \dots$$

İse x^3 'lünün katsayısı -14 'tür.

Doğru cevap E seçeneğidir.

8. $\frac{a^3 + 8b^3}{a^2 - 2ab + 4b^2} = \frac{(a + 2b) \cdot (a^2 - 2ab + 4b^2)}{a^2 - 2ab + 4b^2}$

$$= a + 2b$$

$$= 1,8 + 2,2,1$$

$$= 6'dır.$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

9. $a^2 + 2a - b^2 - 2b - 75 = 0$

$$a^2 - b^2 + 2(a - b) - 75 = 0 \quad (a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b))$$

$$(a - b) \cdot (a + b) + 2(a - b) = 75$$

$$(a - b) \cdot (a + b + 2) = 75$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \searrow \\ 3 \quad 25 \end{array}$$

İse $(a - b)$ ile $(a + b + 2)$ aralarında asal olduğundan,

$$\begin{array}{l} a - b = 3 \\ a + b + 2 = 25 \end{array} \quad \begin{array}{l} a - b = 3 \\ a + b = 23 \end{array}$$

$$+ \quad \quad \quad$$

$$2a = 26$$

$a = 13$ bulunur.

Doğru cevap E seçeneğidir.

10. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (2)^2$ (her tarafın karesini alalım.)

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 4$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^2 = (2)^2 \quad (\text{her tarafın karesini alalım.})$$

$$x^8 + 2 + \frac{1}{x^8} = 4$$

$$\left(x^8 + \frac{1}{x^8}\right)^2 = (2)^2 \quad (\text{her tarafın karesini alalım.})$$

$$x^{16} + 2 + \frac{1}{x^{16}} = 4$$

$$x^{16} + \frac{1}{x^{16}} = 2'dir.$$

$$x + \frac{1}{x} = 2 \text{ ise}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2'dir.$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

11. $A = 10002$ ise

$$A - 2 = 10000$$

$$(A - 2)^2 = (10000)^2$$

$$A^2 - 4A + 4 = 10^8$$

$$A^2 - 4A = 10^8 - 4 \text{ ifadesi 8 basamaklıdır.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

12. $A = (10^2 - 1) \cdot (10^2 + 1) \cdot (10^4 + 1) \cdot (10^8 + 1) \cdot (10^{16} + 1)$

$$= (10^4 - 1) \cdot (10^4 + 1) \cdot (10^8 + 1) \cdot (10^{16} + 1)$$

$$= (10^8 - 1) \cdot (10^8 + 1) \cdot (10^{16} + 1)$$

$$= (10^{16} - 1) \cdot (10^{16} + 1)$$

$$= 10^{32} - 1$$

İse A sayısı 32 basamaklıdır.

Doğru cevap D seçeneğidir.

Çözümler

$$13. \quad \frac{a^m}{a^x} = \frac{b^n}{b^y} \Rightarrow \frac{m}{x} = \frac{n}{y}$$

$$\frac{9^{x-y}}{4^{x+y}} = \frac{256}{27} \Rightarrow \frac{3^{2(x-y)}}{2^{3(x+y)}} = \frac{4^4}{3^3} = \frac{4^{x+y}}{3^3}$$

$$\Rightarrow \frac{2(x-y)}{3} = \frac{4}{x+y}$$

$$2(x-y) \cdot (x+y) = 3 \cdot 4$$

$$(x-y) \cdot (x+y) = 6 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

$$14. \quad x^3 + 3x^2 + 3x - 7 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 8$$

$$= (x+1)^3 - 8$$

$$= \left(\sqrt[3]{6} - 1 + 1\right)^3 - 8$$

$$= \left(\sqrt[3]{6}\right)^3 - 8$$

$$= 6 - 8$$

$$= -2 \text{ dir.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

$$15. \quad \frac{3x-1}{x^2-x-30} = \frac{A}{x+5} + \frac{B}{x-6}$$

$$\frac{3x-1}{x^2-x-30} = \frac{A \cdot (x-6)}{x^2-x-30} + \frac{B \cdot (x+5)}{x^2-x-30}$$

$$3x-1 = Ax-6A+Bx+5B$$

$$3x-1 = x(A+B) - 6A+5B$$

$$\swarrow$$

$$A+B=3$$

$$\searrow$$

$$-6A+5B=-1$$

ise $A+B=3$ 'tür.

Doğru cevap B seçeneğidir.

$$16. \quad x^2 - 2x = x^2 - 2x + 1 - 1$$

$$= (x-1)^2 - 1$$

$$= (2\sqrt{5} + 1 - 1)^2 - 1$$

$$= (2\sqrt{5})^2 - 1$$

$$= 20 - 1$$

$$= 19 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

1. $\boxed{x} = x^2$ ve $\textcircled{16} = 16$

olduğuna göre,

$$\boxed{x} - \textcircled{16} \Rightarrow x^2 - 16$$

Buradan iki kare farkı özdeşliğinden,

$x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$ şeklinde çarpanlarına ayrılır.

Doğru cevap C seçeneğidir.

2. $\boxed{M} = \boxed{M^2} = M^4$

$$\boxed{9} = \textcircled{9^2} = 81$$

olduğuna göre,

$$\boxed{M} - \textcircled{9} \Rightarrow M^4 - 81$$

Buradan iki kare farkı özdeşliğinden,

$$\begin{aligned} M^4 - 81 &= (M^2 + 9)(M^2 - 9) \\ &= (M^2 + 9)(M + 3)(M - 3) \end{aligned}$$

şeklinde çarpanlarına ayrılır.

Doğru cevap E seçeneğidir.

3. $\boxed{T} = T^2$

$$\textcircled{6T} = 6T$$

$$\textcircled{K} = K$$

olduğuna göre,

$$\boxed{T} + \textcircled{6T} + \textcircled{K} = T^2 + 6T + K$$

ifadesinin çarpanlarından biri $(T - 4)$ ise,

$$T - 4 = 0 \Rightarrow T = 4$$

$T = 4$ için $T^2 + 6T + K = 0$ olacağından

$$4^2 + 6.4 + K = 0$$

$$16 + 24 + K = 0 \Rightarrow K = -40 \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

4. $\triangle x = x^3$

$$\boxed{3x} = 9x^2$$

$$\textcircled{2x} = 2x$$

$$\textcircled{18} = 18 \text{ olduğuna göre}$$

$$\triangle x + \boxed{3x} - \textcircled{2x} - \textcircled{18}$$

$$\Rightarrow x^3 + 9x^2 - 2x - 18$$

Buradan ortak çarpan parantezine alma yöntemi kullanılarak,

$$\begin{aligned} x^3 + 9x^2 - 2x - 18 &= x^2(x + 9) - 2(x + 9) \\ &= (x + 9)(x^2 - 2) \end{aligned}$$

şeklinde çarpanlarına ayrılır.

Doğru cevap B seçeneğidir.

5. Tablolardan, $x^2 + y^2 = 41$ ve $x.y = 20$ olarak bulunur.

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ özdeşliğinden faydalanılarak,

$$41 = (x + y)^2 - 2.20$$

$$41 = (x + y)^2 - 40$$

$$(x + y)^2 = 41 + 40$$

$$(x + y)^2 = 81$$

$$x + y = 9 \quad x + y = -9$$

olacağından $x + y$ 'nin pozitif değeri +9 olur.

Doğru cevap D seçeneğidir.

6. Tablolardan, $m^2 + z^2 = 130$ ve $m.z = 63$ olarak bulunur.

$$m^2 + z^2 = (m - z)^2 + 2mz$$

özdeşliğinden faydalanarak,

$$130 = (m - z)^2 + 2.63$$

$$130 = (m - z)^2 + 126$$

$$(m - z)^2 = 130 - 126$$

$$(m - z)^2 = 4$$

$$m - z = 2 \quad m - z = -2$$

olacağından $m - z$ 'nin negatif değeri -2'dir.

Doğru cevap D seçeneğidir.

Çözümler

7. $\boxed{A}_n = x^n + \frac{A}{x^n}$ şeklinde tanımlandığından,

$$\boxed{9}_2 = x^2 + \frac{9}{x^2} \text{ dir.}$$

$$\boxed{9}_2 = 30 \text{ ise}$$

$$x^2 + \frac{9}{x^2} = 30 \text{ dur.}$$

$$x + \frac{3}{x} = t \text{ ise}$$

$$\left(x + \frac{3}{x}\right)^2 = t^2$$

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{3}{x} + \frac{9}{x^2} = t^2$$

$$\left(x^2 + 6 + \frac{9}{x^2}\right) = t^2$$

$$30 + 6 = t^2$$

$$t^2 = 36$$

$$t = 6 \text{ } t = -6$$

olacağından $x + \frac{3}{x}$ in pozitif değeri 6'dır.

Doğru cevap C seçeneğidir.

8. $\boxed{A}_n = x^n + \frac{A}{x^n}$

$$\triangle B_m = x^m + \frac{B}{x^m} \text{ şeklinde tanımlandığından}$$

$$\boxed{4}_2 = x^2 + \frac{4}{x^2}$$

$$\boxed{4}_2 = 19$$

$$x^2 + \frac{4}{x^2} = 19$$

$$\triangle 8_3 = x^3 + \frac{8}{x^3}$$

$$\triangle 8_3 = 85 \text{ ise}$$

$$x^3 + \frac{8}{x^3} = 85$$

$$x^3 + \frac{8}{x^3} = \left(x + \frac{2}{x}\right) \cdot \left(x^2 - 2 + \frac{4}{x^2}\right)$$

iki küp toplam özdeşliğinden

$$85 = \left(x + \frac{2}{x}\right) \cdot (19 - 2)$$

$$85 = \left(x + \frac{2}{x}\right) \cdot 17$$

$$x + \frac{2}{x} = 5 \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

9. A ve x birer gerçel sayı

$$A = (x^n + 1) \cdot \left(x^{\frac{n}{2}} + 1\right) \cdot \left(x^{\frac{n}{4}} + 1\right) \dots (x^2 + 1)$$

şeklinde tanımlanıyor.

x = 2 ve n = 16 ise,

$$A = (2^{16} + 1) \cdot (2^8 + 1) \cdot (2^4 + 1) \cdot (2^2 + 1) \text{ olur.}$$

eşitliğin her iki yanını $(2^2 - 1)$ ile çarparsak iki kare farkı özdeşliğinden,

$$(2^2 - 1) \cdot A = (2^{16} + 1) \cdot (2^8 + 1) \cdot (2^4 + 1) \cdot \underbrace{(2^2 + 1) \cdot (2^2 - 1)}_{(2^4 - 1)} \\ \underbrace{(2^8 - 1)}_{(2^8 - 1)}$$

$$(2^2 - 1) \cdot A = (2^{16} + 1) \cdot (2^8 + 1) \cdot \underbrace{(2^4 + 1) \cdot (2^4 - 1)}_{(2^8 - 1)} \\ \underbrace{(2^{16} - 1)}_{(2^{16} - 1)}$$

$$(2^2 - 1) \cdot A = \underbrace{(2^{16} + 1) \cdot (2^{16} - 1)}_{(2^{32} - 1)}$$

$$(2^2 - 1) \cdot A = 2^{32} - 1$$

$$3 \cdot A = 2^{32} - 1$$

$$3A + 1 = 2^{32} \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

10. A ve x birer gerçel sayı

$$A = (x^n + 1) \cdot \left(x^{\frac{n}{2}} + 1\right) \cdot \left(x^{\frac{n}{4}} + 1\right) \dots (x^2 + 1)$$

şeklinde tanımlanıyor.

x = 3 ve n = 32 ise,

$$A = (3^{32} + 1) \cdot (3^{16} + 1) \cdot (3^8 + 1) \cdot (3^4 + 1) \cdot (3^2 + 1) \text{ olur.}$$

Eşitliğin her iki yanını $(3^2 - 1)$ ile çarparsak iki kare farkı özdeşliğinden;

$$(3^2 - 1) \cdot A = (3^{32} + 1) \cdot (3^{16} + 1) \cdot (3^8 + 1) \cdot (3^4 + 1) \cdot \underbrace{(3^2 + 1) \cdot (3^2 - 1)}_{(3^4 - 1)} \\ \underbrace{(3^8 - 1)}_{(3^8 - 1)}$$

$$= (3^{21} + 1) \cdot (3^{16} + 1) \cdot \underbrace{(3^8 + 1) \cdot (3^8 - 1)}_{(3^{16} - 1)}$$

$$= (3^{32} + 1) \cdot \underbrace{(3^{16} + 1) \cdot (3^{16} - 1)}_{(3^{32} - 1)}$$

$$= \underbrace{(3^{32} + 1) \cdot (3^{32} - 1)}_{(3^{64} - 1)}$$

$$(3^2 - 1) \cdot A = 3^{64} - 1$$

$$8 \cdot A = 3^{64} - 1$$

$$8A + 1 = 3^{64} \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

11. $K = (x-5)^3 + 6 \cdot (x-5)^2 + 12 \cdot (x-5) + 10$ ifadesinde

$$(x-5) \rightarrow t \text{ dersek}$$

$$K = t^3 + 6t^2 + 12t + \underbrace{10}$$

$$K = \underbrace{t^3 + 6t^2 + 12t + 8} + 2$$

$$K = (t+2)^3 + 2 \text{ olarak bulunur.}$$

$$t \rightarrow (x-5)$$

$$K = (x-5+2)^3 + 2$$

$$K = (x-3)^3 + 2 \text{ de}$$

$$x = \frac{10}{3} \text{ yazılırsa,}$$

$$K = \left(\frac{10}{3} - 3\right)^3 + 2$$

$$K = \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 2$$

$$K = \frac{1}{27} + 2 \Rightarrow K = \frac{55}{27} \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

12. $K = (x-5)^3 + 6 \cdot (x-5)^2 + 12 \cdot (x-5) + 10$ ifadesinde

$$(x-5) \rightarrow t \text{ dersek}$$

$$K = t^3 + 6t^2 + 12t + \underbrace{10}$$

$$K = \underbrace{t^3 + 6t^2 + 12t + 8} + 2$$

$$K = (t+2)^3 + 2 \text{ olarak bulunur.}$$

$$t \rightarrow (x-5)$$

$$K = (x-5+2)^3 + 2$$

$$K = (x-3)^3 + 2 \text{ de}$$

$$K = \sqrt[3]{11} + 3 \text{ yazılırsa,}$$

$$K = \left(\sqrt[3]{11} + 3 - 3\right)^3 + 2$$

$$K = \left(\sqrt[3]{11}\right)^3 + 2$$

$$K = 11 + 2$$

$$K = 13 \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

13. Ömer Hayyam üçgeninde satırdaki elemanların toplamı,

$$0. \text{ satır} \rightarrow 2^0 = 1$$

$$1. \text{ satır} \rightarrow 2^1 = 2$$

$$2. \text{ satır} \rightarrow 2^2 = 4$$

⋮

$$10. \text{ satır} \rightarrow 2^{10} = 1024 \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

14. Ömer Hayyam üçgeni 15. satıra kadar açılırsa,

1. çapraz satırdaki elemanlar

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 15 = \frac{15 \cdot 16}{2} = 120 \text{ şeklinde bulunur.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

15. $(a+b)^6$ ifadesinin açılımındaki katsayılar toplamı,

$$a = 1 \text{ ve } b = 1 \text{ yazılarak bulunur.}$$

$$(a+b)^6 = (1+1)^6 = (2)^6 = 64 \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

16. Ömer Hayyam üçgeni 8. satıra kadar açılırsa 2. çapraz satırdaki elemanlar üçgensel sayılardan oluştuğu için,

$$\begin{array}{ccccccc} +2 & +3 & +4 & +5 & +6 & +7 \\ 1 & +3 & +6 & +10 & +15 & +21 & +28 \end{array}$$

$$= 84 \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.