

Kazanmak Artık Kolay...

BÖLÜNEBİLME

Çözümler

1. $3a4$ sayısı 4 ile tam bölünebildiğine göre, 4 ile bölünme kuralını sağlamalıdır. 4 ile bölünme kuralına göre, sayının son iki basamağı 4'ün katı olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{array}{c} 3a4 \\ \downarrow \\ 0 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{array}$$

a sayısı 5 farklı (0, 2, 4, 6, 8) değer alır.

Doğru cevap E seçeneğidir.

2. 11 ile bölünebilme kuralına göre,

$$\begin{array}{cccccc} + & - & + & - & + \\ a & 2 & a & 3 & a \end{array}$$

$$a - 2 + a - 3 + a = \underline{3a - 5}$$

Sayı 0'a eşitlenir.
Sayı tam çıkmazsa
eşitliğe tam çıkana
kadar 11 eklenir.

Bu durumda,

$$3a - 5 = 0$$

$$3a = 5 \quad (a = \frac{5}{3} \text{ olup tamsayı belirtmediğinden 11 eklenir.})$$

$$3a = 5 + 11$$

$$3a = 16 \quad (a = \frac{16}{3} \text{ olup tamsayı belirtmediğinden tekrar 11 eklenir.})$$

$$3a = 16 + 11$$

$$3a = 27 \Rightarrow a = 9$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

3. $\frac{7777...7}{16}$ sayısında 16 tane 7 rakamı olduğuna

göre, sayının rakamları toplamı, $16 \cdot 7 = 112$ 'dir. 112'nin 9 ile bölümünden de kalan 4'tür.

Doğru cevap B seçeneğidir.

- 4.

Not: A, B, a, b, m, n tamsayı olmak üzere,

A'nın m ile bölümünden kalan a,

B'nin m ile bölümünden kalan b ise,

A.B'nin m ile bölümünden kalan a.b,

Aⁿ'nin m ile bölümünden kalan aⁿ'dir.

(Kalanlar m'den büyük ise tekrar bölme işlemi uygulanır.)

Yukarıda verilen bilgilere göre soruyu çözelim.

8345 sayısının 9 ile bölümünden kalan 2'dir.

377 sayısının 9 ile bölümünden kalan 8'dir.

$(377)^2$ sayısının 9 ile bölümünden kalan $8^2 = 64$ 'tür. Yani kalan 1'dir.

O halde $(8345) \cdot (377)^2$ sayısının 9 ile bölümünden kalan $2 \cdot 1 = 2$ 'dir.

Doğru cevap A seçeneğidir.

5. $8a32b$ sayısının 10 ile bölümünden kalan birler basamağına denk geldiğine göre $b = 7$ 'dir. Bu durumda sayı $8a327$ olur. Sayı 9 ile tam bölünebildiğine göre, rakamları toplamı 9'un katı olmalıdır.

$$8 + a + 3 + 2 + 7 = 9 \cdot k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

O halde, $a = 7$ 'dir.

Doğru cevap D seçeneğidir.

6. 525252...525 sayısında 23 tane 2 rakamı, 24 tane 5 rakamı vardır. Bu durumda sayının rakamları toplamı,

$$23 \cdot 2 + 24 \cdot 5 = 46 + 120 = 166$$

dır. Tekrar rakamlar toplanırsa kalan 4'tür.

Doğru cevap A seçeneğidir.

Çözümler

7. $7a3b$ sayısı 12 ile tam bölünebiliyorsa, 3 ve 4 ile tam bölünebilir. 4 ile bölünebilme kuralına göre sayının son iki basamağı 4'ün katı olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{array}{c} 7a3b \\ \downarrow \\ 2 \\ 6 \end{array}$$

olabilir. 3 ile bölünebilme kuralına göre, sayının rakamları toplamı 3'ün katı olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{array}{cc} 7a32 & 7a36 \\ \downarrow & \downarrow \\ 0 & 2 \\ 3 & 5 \\ 6 & 8 \\ 9 & \end{array}$$

olabilir. O halde a sayısı 7 farklı değer alabilir.

Doğru cevap C seçeneğidir.

8. $6a5b$ sayısı 15 ile tam bölünebildiğine göre 3 ve 5 ile tam bölünebilir. 5 ile bölünebilme kuralına göre sayının son basamağı 0 veya 5 olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{array}{cc} 6a55 & 6a50 \\ \downarrow & \downarrow \\ 2 & 1 \\ 5 & 4 \\ \textcircled{8} & \textcircled{7} \end{array}$$

$a + b$ toplamı $8 + 5 = 13$ 'tür.

Doğru cevap C seçeneğidir.

9. $7a3b$ sayısının 12 ile bölümünden kalan 1 olduğuna göre, 3 ve 4 ile bölümünden kalan da 1'dir. Öncelikle 4 ile bölümüne bakalım. $7a3b$ sayısının 4 ile bölümünden kalan 1 olduğundan $b = 3$ ve $b = 7$ olur. Sayının 3 ile bölümünden kalan 1 ise,

$$\begin{array}{cc} 7a33 & 7a37 \\ \downarrow & \downarrow \\ 0 & 2 \\ 3 & 5 \\ 6 & 8 \\ 9 & \end{array}$$

a sayısı 7 farklı değer alabilir.

Doğru cevap D seçeneğidir.

10. $6a83 = 6a15 + 68$

dir. $6a83$ sayısının da 9 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre,

$$6a15 + 68 = 9k + 2$$

$$6a15 = 9k - 66$$

$$6a15 = 9k + 6$$

olduğundan $6a15$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 6'dır.

Doğru cevap E seçeneğidir.

11. $35a2b$ sayısı 30 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, 3 ve 10 ile bölümünden kalan 2'dir. 10 ile bölümünden kalan birler basamağına denk geldiğine göre, $b = 2$ 'dir. Bu durumda $35a22$ sayısının 3 ile bölümünden kalan 2 olduğundan,

$$35a22$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 2 \\ 5 \\ 8 \end{array}$$

olabilir. O halde,

$$a + b = 2 + 2 = 4$$

$$a + b = 5 + 2 = 7$$

$$a + b = 8 + 2 = 10$$

olmak üzere 3 farklı değer alır.

Doğru cevap A seçeneğidir.

12. $2a3b5$ sayısı 75 ile tam bölünebiliyorsa, 25 ve 3 ile tam bölünebilir. 25 ile bölünebilmesi için sayının son iki basamağının 00, 25, 50 veya 75 olması gerekir. Bu durumda,

$$2a3b5$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 2 \\ 7 \end{array}$$

olabilir. 3 ile bölünebilme kuralına göre, sayının rakamları toplamı 3'ün katı olmalıdır. Bu durumda a sayısı,

$$\begin{array}{cc} 2a325 & 2a375 \\ \downarrow & \downarrow \\ 0 & 1 \\ 3 & 4 \\ 6 & 7 \\ 9 & \end{array}$$

olmak üzere 7 farklı değer alır.

Doğru cevap D seçeneğidir.

Çözümler

13. $3a25b$ sayısı 36 ile tam bölünebildiğine göre, 4 ve 9 ile tam bölünebilir. 4 ile bölünebilme kuralına göre, sayının son iki basamağı 4'ün katı olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{array}{c} 3a25b \\ \downarrow \\ 2 \\ 6 \end{array}$$

olabilir. 9 ile bölünebilme kuralına göre, sayının rakamları toplamı 9'un katı olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{array}{cc} 3a252 & 3a256 \\ \downarrow & \downarrow \\ 6 & 2 \end{array}$$

olabilir. O halde a 'nın alabileceği değerler toplamı, $6 + 2 = 8$ olarak bulunur.

Doğru cevap A seçeneğidir.

14. $\underbrace{aaaa...aa}_{25 \text{ basamaklı}}$

sayısının 9 ile bölünebilmesi için rakamları toplamının 9'un katı olması gerekir. Sayının içinde 25 tane a olduğuna göre, rakamları toplamı

$$\underbrace{a + a + \dots + a}_{25 \text{ tane}} = 25a \text{ dir. Bu durumda}$$

$$25a = 9k + 2$$

$$25a - 2 = 9k$$

olmalıdır. $25a - 2$ sayısı 9 ile tam bölünebildiğine göre $a = 8$ olmalıdır.

Doğru cevap D seçeneğidir.

15. $ab3c$ sayısı 36 ile tam bölünebildiğine göre, 4 ve 9 ile tam bölünebilir. 4 ile bölünebilme kuralına göre sayının son iki basamağı 4'ün katı olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{array}{c} ab3c \\ \downarrow \\ 2 \\ 6 \end{array}$$

olabilir. 9 ile bölünebilme kuralına göre sayının rakamları toplamı 9'un katı olmalıdır. Bu durumda $ab32$ sayısı için,

$$\begin{aligned} a + b + 3 + 2 &= 9k \\ a + b + 5 &= 9k \end{aligned}$$

ise

$$a + b = 4 \text{ veya } a + b = 13$$

$ab36$ sayısı için,

$$\begin{aligned} a + b + 3 + 6 &= 9k \\ a + b + 9 &= 9k \end{aligned}$$

ise $a + b = 9$ ve $a + b = 18$ olmak üzere 4 farklı değer alır.

Doğru cevap C seçeneğidir.

16. 5 ile bölündüğünde 4 kalanını veren iki basamaklı tek sayılar,

$$19, 29, \dots, 89, 99$$

şeklinde dir. Bu durumda sayıların toplamı,

$$\underbrace{19 + 29 + \dots + 89 + 99}$$

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{\text{Son Terim} - \text{İlk Terim}}{\text{Artış Miktarı}} + 1$$

$$\begin{aligned} &= \frac{99 - 19}{10} + 1 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\text{Toplam} = \frac{\text{Son Terim} + \text{İlk Terim}}{2} \cdot (\text{Terim Sayısı})$$

$$= \frac{99 + 19}{2} \cdot 9$$

$$= 531 \text{ bulunur.}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

Çözümler

1. $3a24b$ sayısı 45 ile bölümünden kalan 19 olduğuna göre, 5 ve 9 ile bölümünden kalan da 19'dur.

$$\begin{array}{c}
 3a24b \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 5 \qquad \qquad 9 \\
 \left(\begin{array}{c} \text{Sayının 5 ile} \\ \text{bölümünden} \\ \text{kalan} \\ \hline 19 \mid 5 \\ - 15 \mid 3 \\ \hline (4) \text{ 'tür.} \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} \text{Sayının 9 ile} \\ \text{bölümünden} \\ \text{kalan} \\ \hline 19 \mid 9 \\ - 18 \mid 2 \\ \hline (1) \text{ 'dir.} \end{array} \right)
 \end{array}$$

5 ile bölümünden kalan 4 olduğuna göre, $b = 4$ veya $b = 9$ olmalıdır. 9 ile bölümünden kalan 1 ise, a sayısı

$$\begin{array}{cc}
 3a244 & 3a249 \\
 \downarrow & \downarrow \\
 6 & 1
 \end{array}$$

2 farklı değer alır.

Doğru cevap B seçeneğidir.

2. $5a2b$ sayısı 30 ile tam bölünebiliyorsa, sayı 3 ve 10 ile tam bölünebilir. 10 ile bölündüğünde kalan birler basamağına denk olduğundan, $b = 0$ 'dır. $5a20$ sayısının 3 ile bölünebilmesi için rakamları toplamı 3'ün katı olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{array}{c}
 5a20 \\
 \downarrow \\
 2 \\
 5 \\
 8
 \end{array}$$

olabilir. O halde a sayısı en çok 8 değerini alır.

Doğru cevap D seçeneğidir.

3. $3a4b2$ sayısı 33 ile tam bölünebildiğine göre, 3 ve 11 ile tam bölünebilir. 3 ile bölünebilme kuralına göre sayının rakamları toplamı 3'ün katı olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{array}{l}
 3 + a + 4 + b + 2 = 3k \\
 \underline{a + b + 9 = 3k} \\
 0 \\
 3 \\
 6 \\
 9 \\
 12 \\
 15 \\
 18
 \end{array}$$

olabilir. $3a4b2$ sayısı 11 ile bölünebildiğine göre,

$$\begin{array}{ccccc}
 + & - & + & - & + \\
 3 & a & 4 & b & 2 \\
 3 - a + 4 - b + 2 = 9 - a - b
 \end{array}$$

(Sayısı 0'a eşit olmalıdır.)

$$\begin{array}{l}
 9 - a - b = 0 \\
 a + b = 9
 \end{array}$$

ve

$$a + b = 9 + 11 = 20$$

olabilir. Ancak a ve b birer rakam olduğundan,

$a + b = 20$ değerini alamaz. O halde $a + b = 9$ 'dur.

Doğru cevap B seçeneğidir.

4. $4a2b$ sayısı 44 ile tam bölünebildiğine göre, 4 ve 11 ile tam bölünebilir. 4 ile bölünebilme kuralına göre sayının son iki basamağı 4'ün katı olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{array}{c}
 4a2b \\
 \downarrow \\
 0 \\
 4 \\
 8
 \end{array}$$

olabilir. 11 ile bölünebilme kuralına göre,

$$\begin{array}{ccccc}
 - & + & - & + \\
 4 & a & 2 & 0 \\
 -4 + a - 2 + 0 = a - 6
 \end{array}$$

(sayısı 0'a eşit olmalıdır.)

$$\begin{array}{l}
 a - 6 = 0 \Rightarrow a = 6 \\
 \text{dır.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc}
 - & + & - & + \\
 4 & a & 2 & 4 \\
 -4 + a - 2 + 4 = a - 2
 \end{array}$$

(sayısı 0'a eşit olmalıdır.)

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\begin{array}{ccccc}
 - & + & - & + \\
 4 & a & 2 & 8 \\
 -4 + a - 2 + 8 = a + 2 \text{ dir.}
 \end{array}$$

(sayısı 0'a eşit olmalıdır.)

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$$

(a , rakam olduğuna göre, -2 değerini alamaz.)

$$a = -2 + 11 \Rightarrow a = 9 \text{ 'dur.}$$

O halde a 'nın alabileceği değerler toplamı,

$$2 + 6 + 9 = 17 \text{ 'dir.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

5. a34a sayısı 12 ile tam bölünebildiğine göre, 3 ve 4 ile tam bölünebilir. 4 ile bölünebilme kuralına göre, sayının son iki basamağı 4'ün katı olmalıdır. Bu durumda,

$$\begin{array}{c} a24a \\ \downarrow \\ 0 \\ 4 \\ 8 \end{array}$$

olabilir. Aynı zamanda sayı 3 ile de tam bölünebildiğinden rakamları toplamı 3'ün katı olmalıdır.

a34a sayısı dört basamaklı bir sayı olduğuna göre, a = 0 olamaz.

a = 8 için, $8 + 3 + 4 + 8 = 23$ olduğuna göre, sayı 3'ün katı olamaz ve 3 ile tam bölünemez.

O halde a34a sayısının 12 ile tam bölünebilmesi için a = 4 olmalıdır.

Doğru cevap C seçeneğidir.

6. 3a24b sayısı 45 ile tam bölünebildiğine göre, 5 ve 9 ile tam bölünebilir. 5 ile bölünebilme kuralına göre sayının birler basamağı 0 ve 5 olmalıdır. Sayı tek olduğundan b = 5 olur. 9 ile bölünebilme kuralına göre, sayının rakamları toplamı 9'un katı olmalıdır. Bu durumda a = 4'tür.

Doğru cevap B seçeneğidir.

7.

NOT:

A, B, a, b, m, n birer tamsayı ve
A'nın m ile bölümünden kalan,
B'nin m ile bölümünden kalan b olmak üzere,
A.B sayısının m ile bölümünden kalan a.b,
 A^n sayısının m ile bölümünden kalan a^n dir.
(Kalan bölen sayıdan büyük olursa tekrar bölme işlemi uygulanır.)

Yukarıda verilen bilgilere göre soruyu çözelim.

375 sayısının 5 ile bölümünden kalan 0'dır.

$(375)^2$ sayısının 5 ile bölümünden kalan 0'dır.

241 sayısının 5 ile bölümünden kalan 1'dir.

O halde, $x^2.y = (375)^2.241$ sayısının 5 ile bölümünden kalan $0^2.1 = 0$ 'dir.

Doğru cevap A seçeneğidir.

8. $\overbrace{2424...24}^{20 \text{ basamaklı}}$ sayısının 11 ile bölümünden,

$$\begin{array}{ccccccc} - & + & - & + & & - & + \\ 2 & 4 & 2 & 4 & \dots & 2 & 4 \end{array}$$

$$-2 + 4 - 2 + 4 - 2 + \dots + 4 - 2 + 4 = 20$$

olduğuna göre kalan 9'dur. (a = 9)

$\overbrace{2424...24}^{20 \text{ basamaklı}}$ sayısının 9 ile bölümünden,

$$2 + 4 + 2 + 4 + \dots + 2 + 4 = 60$$

olduğuna göre kalan 6'dır (b = 6). O halde,

$$\begin{aligned} a + b &= 9 + 6 \\ &= 15 \text{ 'tir.} \end{aligned}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

9. aaabbbccc sayısında üçer tane a, b, c rakamları olduğuna göre,

$$\begin{aligned} a + a + a + b + b + b + c + c + c &= 3a + 3b + 3c \\ &= 3(a + b + c) \end{aligned}$$

dir. Sayının rakamları toplamı 3'ün katı olduğundan 3 ile tam bölünür.

Doğru cevap B seçeneğidir.

10. 757575...75 sayısında 105 tane 7 ve 105 tane 5 rakamı olduğuna göre, sayının 11 ile bölümünden,

$$\begin{array}{ccccccc} - & + & - & - & & - & + \\ 7 & 5 & 7 & 5 & \dots & 7 & 5 \end{array}$$

$$-7 + 5 - 7 + \dots + 5 - 7 + 5 = -210$$

(-210'un 11 ile bölümünden kalan -1'dir.)

(Ancak -1 negatif olduğundan)

$$-1 + 11 = 10 \text{ 'dur.}$$

Bu durumda a = 10 olur. Sayının 8 ile bölümünden kalanı bulmak için de sayının son üç basamağının 8 ile bölümünden kalanı bulmak yeterlidir. Bu durumda sayının 8 ile bölümünden kalan,

$$\begin{array}{r} 575 \quad | \quad 8 \\ - 568 \quad | \quad 71 \\ \hline \quad \quad | \quad (7) \end{array}$$

ise b = 7'dir. O halde,

$$a + b = 10 + 7 = 17 \text{ 'dir.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

Çözümler

11. 171717...171 35 basamaklı sayıda 18 tane 1 rakamı, 17 tane 7 rakamı vardır. Bu durumda sayının 11 ile bölümünden kalan,

$$\begin{array}{cccccccc} + & - & + & - & & + & - & + \\ 1 & 7 & 1 & 7 & \dots & 1 & 7 & 1 \end{array}$$

$$1 - 7 + 1 - 7 + \dots + 1 - 7 + 1 = -101$$

(-101'in 11 ile bölümünden kalan -2'dir.)

(Ancak -2 negatif olduğundan)

$$-2 + 11 = 9 \text{ dir.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

12. Rakamları farklı en büyük doğal sayı 9876543210'dır. Sayının 8 ile bölümünden kalanı bulmak sayının son üç basamağının 8 ile bölümünden kalanı bulmak

$$\begin{array}{r|l} 210 & 8 \\ \hline 208 & 26 \\ \hline \end{array}$$

(2)

a = 2'dir. Sayının 9 ile bölümünden kalan ise,

$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 45$$

(45, 9'un katı olduğundan kalan 0'dır.)

b = 0'dır. O halde,

$$a + b = 2 + 0$$

$$= 2 \text{ dir.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

13. **NOT:**

A, B, a, b, m, n birer tamsayı ve
A'nın m ile bölümünden kalan,
B'nin m ile bölümünden kalan olmak üzere,
A.B sayısının m ile bölümünden kalan a.b,
Aⁿ sayısının m ile bölümünden kalan aⁿ dir.
(Kalan bölen sayıdan büyük olursa tekrar bölme işlemi uygulanır.)

Yukarıda verilen bilgilere göre soruyu çözelim.

9 ile bölünebilme kuralına göre sayıların rakamları toplamı 9'un katı olmalıdır. Bu durumda,

11115 sayısının 9 ile bölümünden kalan 0,

(11115)²⁰⁰⁵ sayısının 9 ile bölümünden kalan ise 0²⁰⁰⁵ olmak üzere 0'dır.

1117 sayısının 9 ile bölümünden kalan 1,

(1117)²⁰⁰⁷ sayısının 9 ile bölümünden kalan ise 1²⁰⁰⁷ olmak üzere 1'dir. O halde,

$$(11115)^{2005} + (1117)^{2007}$$

sayısının 9 ile bölümünden kalan 0 + 1 = 1'dir.

Doğru cevap B seçeneğidir.

14. Rakamları farklı iki basamaklı en küçük doğal sayılar 10, 10, 10, 10, 10'dur. Sayıların toplamı,

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50$$

olduğuna göre 7 ile bölümünden kalan 1'dir.

Doğru cevap A seçeneğidir.

15. A2B1 sayısının 3 ile bölümünden kalan 1 olduğuna göre,

$$A + 2 + B + 1 = 3k + 1$$

$$A + B + 2 = 3k$$

$$\downarrow$$

1 → A + B = 1 olamaz, sayının rakamları

4 farklı olduğu için,

7

10

13

16

olmak üzere 5 tane değer alabilir.

Doğru cevap D seçeneğidir.

16. **NOT:**

A, B, a, b, m tamsayı ve

A'nın m ile bölümünden kalan a,

B'nin m ile bölümünden kalan b olmak üzere,

A + B'nin m ile bölümünden kalan a + b'dir.

Yukarıda verilen bilgiye göre soruyu çözelim.

32ab sayısının 11 ile bölümünden kalan

$$\begin{array}{cccc} - & + & - & + \\ 3 & 2 & a & b \end{array}$$

$$-3 + 2 - a + b = b - a - 1$$

dir. 74ba sayısının 11 ile bölümünden kalan,

$$\begin{array}{cccc} - & + & - & + \\ 7 & 4 & b & a \end{array}$$

$$-7 + 4 - b + a = a - b - 3 \text{ tür.}$$

O halde 32ab + 74ba sayısının 11 ile bölümünden kalan,

$$b - a - 1 + a - b - 3 = -4 \text{ (-4 negatif olduğundan)}$$

$$-4 + 11 = 7 \text{ dir.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözümler

1. $37x6y$ beş basamaklı ve rakamları farklı bir doğal sayı olduğuna göre,
Bu sayının 9 ile tam bölünebilmesi için rakamları toplamının 9 ya da 9'un katı olması gerekmektedir. Kalan 5 olduğuna göre,

$$37x6y \rightarrow 3 + 7 + x + 6 + y = 9k + 5$$

$$11 + x + y = 9k$$

$$k = 2 \text{ için} \quad k = 3 \text{ için}$$

$$x + y + 11 = 18 \text{ ve } x + y + 11 = 27$$

$$x + y = 7 \text{ ve } x + y = 16$$
olacağından $x + y$ en çok 7 olarak bulunur. Çünkü toplamı 16 olan sayılar (8,8), (9,7) olduğundan rakamlar aynı olur. Bu sebeple en büyük 7 değerini alır.

Doğru cevap B seçeneğidir.

2. $37x6y$ beş basamaklı ve rakamları farklı bir doğal sayı olduğuna göre,
Bu sayının 6 ile bölünebilmesi için 2 ve 3 ile tam bölünebilmesi gerekmektedir.
Bu sayının 2 ile tam bölünebilmesi için birler basamağındaki rakamın çift olması yeterlidir.
 $37x6y \rightarrow y = 0, 2, 4, 6, 8$
(6 rakamını alamıyoruz, sayının rakamları farklı)
Aynı zamanda 3 ile tam bölünebilmesi için rakamları toplamının 3 ve 3'ün katı olması gereklidir.
 $37x60, 3x62, 3x64, 3x68$
 $37x60 \Rightarrow 3 + 7 + x + 6 + 0 = 3k$

$$x + 16 = 3k$$

$$\downarrow$$
2, 5, 8 olabilir.
 $37x62 \Rightarrow 3 + 7 + x + 6 + 2 = 3k$

$$x + 18 = 3k$$

$$\downarrow$$
0, 3, 6, 9 olabilir.
 $37x64 \Rightarrow 3 + 7 + x + 6 + 4 = 3k$

$$x + 20 = 3k$$

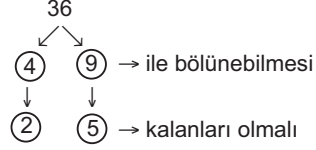
$$\downarrow$$
1, 4, 7 olabilir.
 $37x68 \Rightarrow 3 + 7 + x + 6 + 8 = 3k$

$$x + 24 = 3k$$

$$\downarrow$$
0, 3, 6, 9 olabilir.
O halde x 'in alabileceği değerler 2, 5, 8, 0, 9, 1 olduğundan 6 farklı değer alabilir.

Doğru cevap A seçeneğidir.

3. $37x6y$ beş basamaklı ve rakamları farklı bir doğal sayı olduğuna göre,
Bu sayının 36 ile bölünebilmesi için 4 ve 9 ile tam bölünebilmesi gerekmektedir. Hatta kalan 14 olduğu için,



Bu sayının 4 ile bölümünden kalan 2 olacağından, $37x6y$ sayısının son iki basamağının 4 ile bölümünden kalan 2 olması gerekmektedir.

$37x62$ ve $37x66$ olabilir. Rakamları farklı olduğundan sadece $37x62$ sayısı olur.

$37x62$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 5 ise, rakamları toplamır.

$$\begin{aligned}
 37x62 &\Rightarrow 3 + 7 + x + 6 + 2 = 9k + 5 \\
 x + 18 &= 9k + 5 \\
 x + 13 &= 9k \\
 &\downarrow \\
 &5 \text{ olabilir.}
 \end{aligned}$$

Yani $x = 5$ olduğundan sadece 1 değer alabilir.

Doğru cevap B seçeneğidir.

4. $37x6y$ beş basamaklı ve rakamları farklı bir doğal sayı olduğuna göre,
Bu sayının 55 ile tam bölünebilmesi için 5 ve 11 ile tam bölünebilmesi gerekmektedir.
 $37x6y$ sayısının 5 ile tam bölünebilmesi için birler basamağının 0 veya 5 olması gerekmektedir.
 $37x60 \quad 37x65$
 $37x60$ ve $37x65$ sayılarının 11 ile tam bölünebilmesi için birler basamağından başlayarak (+) ve (-) işaretleri işlemin sonucu 0 veya 11'in katı bulunması durumunda ise sayı 11 ile tam bölünür.
 $37x60 \Rightarrow 3 - 7 + x - 6 + 0 = 0 \text{ ve } 11k$

$$+ - + +$$

$$x - 10 = 0 \text{ veya } 11k$$

$$x - 10 = 11$$

$$x = 21 \text{ dir.}$$
 x rakam olduğundan bu sayı 55 ile tam bölünemez.
 $37x65 \Rightarrow 3 - 7 + x - 6 + 5 = 0 \text{ veya } 11k$

$$+ - + +$$

$$x - 5 = 0 \text{ veya } 11k$$

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5 \text{ dir.}$$

Buna göre rakamları farklı olduğundan $x = 5$ değerini alamaz. O halde $x + y$ toplamının alacağı 0 (sıfır) farklı değer vardır.

Doğru cevap A seçeneğidir.

Çözümler

5. $A = 727272...727$

41 basamaklı sayısı veriliyor.

Bu, A sayısının 9 ile bölümünden kalan, rakamları toplamının 9 ile bölümünden kalana eşittir.

A sayısı 41 basamaklı,

$$\underbrace{7 + 7 + \dots + 7}_{21 \text{ tane}} + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{20 \text{ tane}}$$

$$21 \cdot 7 + 2 \cdot 20 = 9k + x$$

$$147 + 40 = 9k + x$$

$$187 = 9k + x$$

$$x = 7 \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

6. $A = 727272...727$

41 basamaklı sayısı veriliyor.

Bu, A sayısının 11 ile bölümünden kalan, birler basamağından başlayarak (+) ve (-) işaretleri verilip rakamlar işleme sokularak sonuç 0 veya 11k olması durumunda bulunur.

A sayısı 41 basamaklı,

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & 2 & 7 & 2 & 7 & 2 & \dots & 7 & 2 & 7 \\ + & - & + & - & + & - & & + & - & + \end{array}$$

$$21 \cdot 7 - 20 \cdot 2 = 0 \text{ ve } 11k + x$$

$$147 - 40 = 11k + x$$

$$107 = 99 + x$$

$$8 = x \text{ olarak bulunur.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

7. $A = 727272...727$

41 basamaklı sayısı veriliyor.

Bu, a sayısının 8 ile bölümünden kalan, sayının son üç basamağının 8 ile bölümünden kalana eşittir.

A sayısı 41 basamaklı,

$$727272... \overline{727}$$

$$\begin{array}{r} 727 \\ - 720 \\ \hline 00 \end{array} \begin{array}{r} 8 \\ 90 \end{array}$$

$$00 \text{ (7)} \rightarrow \text{kalan olarak bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

8. $A = 727272...727$

41 basamaklı sayısı veriliyor.

A sayısının 5 ile bölümünden kalan sayının son basamağındaki rakam 5'ten küçükse aynen alınarak, 5'ten büyük ise rakamdan 5 çıkarılarak bulunur.

A sayısı 41 basamaklı,

$$727272...72 \overline{7}$$

5'ten büyük

$$\text{Kalan} = 7 - 5 = 2 \text{ olarak bulunur.}$$

O halde, A sayısının 5 ile bölümünden kalan 2'dir.

$A^2 + 3A + 9$ sayısının 5 ile bölümünden kalan,

$$\Rightarrow (2)^2 + 3 \cdot 2 + 9$$

$$\Rightarrow 4 + 6 + 9 = 19$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ - 15 \\ \hline 4 \end{array} \begin{array}{r} 5 \\ 3 \end{array}$$

$$\text{(4)} \rightarrow \text{kalan olarak bulunur.}$$

Doğru cevap E seçeneğidir.

9. $x = 4376$, $y = 5674$ ve $z = 1453$ 'tür.

Bu sayıların 5 ile bölümünden kalanlar, son basamağa bakılarak bulunur.

$$x = 437 \text{ (6)} \rightarrow 6 - 5 = 1 \text{ 'dir.}$$

$$y = 567 \text{ (4)} \rightarrow 4 \text{ 'tür.}$$

$$z = 145 \text{ (3)} \rightarrow 3 \text{ 'tür.}$$

$3x^4 + 2y^3 + 4z^2$ ifadesinin 5 ile bölümünden kalanlar,

$$\Rightarrow 3 \cdot (1)^4 + 2 \cdot (4)^3 + 4 \cdot (3)^2$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 1 + 2 \cdot 64 + 4 \cdot 9$$

$$\Rightarrow 3 + 128 + 36$$

$$\Rightarrow 167 \text{ olarak bulunur.}$$

$$167 \text{ sayısının } 5 \text{ ile bölümünden kalan } 2 \text{ dir.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

Çözümler

10. $x = 4376$, $y = 5674$ ve $z = 1453$ 'tür.

Bu sayıların 4 ile bölümünden kalanlar son iki basamağına bakılarak bulunur.

$$x = 43 \boxed{76} \rightarrow 76 \rightarrow \text{kalan } 0 \text{ 'dir.}$$

$$y = 56 \boxed{74} \rightarrow 74 \rightarrow \text{kalan } 2 \text{ 'dir.}$$

$$z = 14 \boxed{53} \rightarrow 53 \rightarrow \text{kalan } 1 \text{ 'dir.}$$

$5x^2 + 2y^6 + 7z^{10}$ ifadesinin 4 ile bölümünden kalanlar,

$$\Rightarrow 5.(0)^2 + 2.(2)^6 + 7.(1)^{10}$$

$$\Rightarrow 0 + 2.64 + 7.1$$

$$\Rightarrow 0 + 128 + 7$$

$$\Rightarrow 135 \text{ olarak bulunur.}$$

135 sayısının 4 ile bölümünden kalan

$$1 \boxed{35} \rightarrow 35 \rightarrow \text{kalan } 3 \text{ 'tür.}$$

Doğru cevap D seçeneğidir.

11. $x = 4376$, $y = 5674$ ve $z = 1453$ 'tür.

Bu sayıların 9 ile bölümünden kalan sayıların rakamları toplamının 9 ile bölümünden kalan ile bulunur.

$$x = 4376 \Rightarrow 4 + 3 + 7 + 6 = 20 \rightarrow \text{kalan } 2 \text{ 'dir.}$$

$$y = 5674 \Rightarrow 5 + 6 + 7 + 4 = 22 \rightarrow \text{kalan } 4 \text{ 'tür.}$$

$$z = 1453 \Rightarrow 1 + 4 + 5 + 3 = 13 \rightarrow \text{kalan } 4 \text{ 'tür.}$$

$7x^2 + 15y^3 + 23z^2$ ifadesinin 9 ile bölümünden kalan,

$$\Rightarrow 7.(2)^2 + 15.(4)^3 + 23.(4)^2$$

$$\Rightarrow 7.4 + 15.64 + 23.16$$

$$\Rightarrow 28 + 960 + 368$$

$$\Rightarrow 1356 \text{ olarak bulunur.}$$

1356 sayısının 9 ile bölümünden kalan sayının rakamları toplamının 9 ile bölümünden kalana eşittir.

$$1356 \Rightarrow 1 + 3 + 5 + 6 = 15 \rightarrow \text{kalan } 6 \text{ 'dir.}$$

Doğru cevap C seçeneğidir.

12. $x = 4376$, $y = 5674$ ve $z = 1453$ 'tür.

Bu sayıların 10 ile bölümünden kalan sayıların son basamağındaki rakamlara eşittir.

$$x = 437 \text{ (6)} \rightarrow \text{kalan } 6 \text{ 'dir.}$$

$$y = 567 \text{ (4)} \rightarrow \text{kalan } 4 \text{ 'tür.}$$

$$z = 145 \text{ (3)} \rightarrow \text{kalan } 3 \text{ 'tür.}$$

$(x + y + z)^4 + (x^2 + y^2 + z^2)^3$ ifadesinin 10 ile bölümünden kalan,

$$\Rightarrow (1 \text{ (3)})^4 + (36 + 16 + 9)^3$$

$$\Rightarrow (3)^4 + (6 \text{ (1)})^3$$

$$\Rightarrow 81 + (1)^3$$

$$\Rightarrow 81 + 1$$

$$\Rightarrow 8 \text{ (2)}$$

↓
kalan 2 'dir.

Doğru cevap C seçeneğidir.

13. $f(x) = \{x \text{ sayısının rakamlarına toplamına bölümünden kalan}\}$

$g(x) = \{x \text{ sayısının en sağdaki son iki basamağındaki sayıya bölümünden kalan}\}$

$f(g(1535))$ işleminin sonucu,

$$\begin{array}{r|l} 1535 & 35 \\ - 140 & 43 \\ \hline 135 & \\ - 105 & \\ \hline \end{array}$$

(30) olarak bulunur.

$$g(1535) = 30 \text{ 'dur.}$$

$$f(g(1535)) \Rightarrow f(30)$$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 3 \\ - 3 & 10 \\ \hline \end{array}$$

(0) olarak bulunur.

Doğru cevap A seçeneğidir.

Çözümler

14. $f(x) = \{x \text{ sayısının rakamlarına toplamına bölümünden kalan}\}$

$g(x) = \{x \text{ sayısının en sağdaki son iki basamağındaki sayıya bölümünden kalan}\}$

$f(1577) + g(1540)$ işleminin sonucu;

$$\begin{array}{r} f(1577) \rightarrow \begin{array}{r|l} 1577 & 20 \\ - 140 & 78 \\ \hline 177 & \\ - 160 & \\ \hline 17 & \end{array} \end{array}$$

(17) olarak bulunur.

$$\begin{array}{r} g(1540) \rightarrow \begin{array}{r|l} 1540 & 40 \\ - 120 & 38 \\ \hline 340 & \\ - 320 & \\ \hline 20 & \end{array} \end{array}$$

(20) olarak bulunur.

$$f(1577) + g(1540) \Rightarrow 17 + 20 = 37 \text{ dir.}$$

Doğru cevap B seçeneğidir.

16. $f(x) = \{x \text{ sayısının rakamlarına toplamına bölümünden kalan}\}$

$g(x) = \{x \text{ sayısının en sağdaki son iki basamağındaki sayıya bölümünden kalan}\}$

$f[g(42611)^3]$ işleminin sonucu

$$\begin{array}{r} g(42611) \rightarrow \begin{array}{r|l} 42611 & 11 \\ - 33 & 3873 \\ \hline 96 & \\ - 88 & \\ \hline 81 & \\ - 77 & \\ \hline 41 & \\ - 33 & \\ \hline 8 & \end{array} \end{array}$$

(8) olarak bulunur

$$g(42611) = 8 \text{ dir.}$$

$$f[g(42611)^3] = f[(8)^3] = f[512]$$

$$\begin{array}{r} f(512) \rightarrow \begin{array}{r|l} 512 & 8 \\ - 48 & 64 \\ \hline 32 & \\ - 32 & \\ \hline 0 & \end{array} \end{array}$$

Doğru cevap A seçeneğidir.

15. $f(x) = \{x \text{ sayısının rakamlarına toplamına bölümünden kalan}\}$

$g(x) = \{x \text{ sayısının en sağdaki son iki basamağındaki sayıya bölümünden kalan}\}$

$g[f(26)^7]$ işleminin sonucu

$$\begin{array}{r} f(26) \rightarrow \begin{array}{r|l} 26 & 8 \\ - 24 & 3 \\ \hline 2 & \end{array} \end{array}$$

(2) olarak bulunur.

$$f(26) = 2 \text{ dir.}$$

$$g[f(26)^7] \rightarrow g[(2)^7] \rightarrow g(128)$$

$$\begin{array}{r} g(128) \rightarrow \begin{array}{r|l} 128 & 28 \\ - 112 & 4 \\ \hline 16 & \end{array} \end{array}$$

(16) olarak bulunur.

Doğru cevap A seçeneğidir.